# Capítulo I – Noções básicas sobre incertezas em medidas

- Verdadeiro valor de uma grandeza
- Erros de observação: erros sistemáticos e acidentais
- Precisão e rigor
- Algarismos significativos e arredondamentos
- Medida única de uma grandeza: intervalo de imprecisão

1

## Verdadeiro valor de um grandeza

É um número, $x_0$, num certo sistema de unidades

**Experimentalmente**: realizamos medidas e determinamos valores diferentes do verdadeiro valor (só iguais por mero acaso)

porque existem **imprecisões** e **incertezas** associadas ao acto de medir.

As imprecisões e incertezas vêm
- de limitações da aparelhagem [grau de precisão (nº dígitos de um mostrador), desvios do zero, etc]
- do próprio método que põe em relevo certos aspectos e menoriza outros
- do experimentador [estimativa que faz (avaliar uma posição numa escala), os seus reflexos (ligar ou desligar um cronómetro), etc]

2

## Implicações do facto de existirem imprecisões e incertezas:

- Sempre que possível devemos realizar várias medidas da mesma grandeza, nas mesmas condições experimentais.

- Normalmente, os valores vão diferir uns dos outros (discrepância ou dispersão de valores).

- Se os valores medidos não se afastarem muito uns dos outros, é natural pensarmos que estamos perto do valor verdadeiro ($x_0$) e escolhermos um valor (medido ou calculado a partir dos valores medidos) como o melhor valor para o representar ($x_{best}$).

- Se os valores estiverem muito dispersos, isso dá-nos uma ideia do grau de confiança (neste caso, *pequeno*) que teremos ao adoptar esse valor.

3

## ∴ A partir dos diferentes valores medidos, devemos:

- Adoptar um valor como a melhor estimativa do verdadeiro valor:

$$x_{best}$$

- dar uma indicação sobre o grau de confiança com que adoptamos esse valor:

**Erro ou incerteza**

4

# Erros de observação

- Erro de observação ($\delta$): $\delta = x_{best} - x_0$.

- Como não se conhece $x_0$, na verdade não se conhece $\delta$.

- O que se faz então é, baseando-nos nas condições experimentais e no desempenho do experimentador, determinar um valor para esse erro $\delta$ (erro absoluto).

- Erro relativo: $\cancel{\varepsilon_r = \left|\frac{\delta}{x_0}\right|}$ $\quad \varepsilon_r = \left|\frac{\delta}{x_{best}}\right|$

- Erro percentual: $\varepsilon_r = \left|\frac{\delta}{x_{best}}\right|.100\%$

5

## Erros de Observação: sistemáticos e acidentais

- Erros sistemáticos: associados aos instrumentos e técnicas experimentais

– Influenciam todas as medições da mesma quantidade e no mesmo sentido, por excesso ou por defeito.

– Podem ser corrigidos se a causa for descoberta e eliminada. Porém, são muitas vezes difíceis de avaliar, exigem conhecimento da técnica e dos aparelhos utilizados e muito cuidado da parte do experimentador.

Exemplos: - má calibração do aparelho;
- simplificação incorrecta do modelo matemático (desprezar forças de atrito em experiências mecânicas).

6

- Erros acidentais – associados a flutuações aleatórias provenientes quer da aparelhagem quer do experimentador.

- Resultam de factores variáveis e ocasionais.
- Variam em grandeza e em sentido de modo aleatório.
- Podem ser minimizados se repetirmos a medida várias vezes

Exemplos:
- variações de temperatura ou pressão atmosférica (correntes de ar);
- variações da tensão de alimentação dos aparelhos;
- vibrações mecânicas induzidas por camiões que passam na rua, por exemplo;
- limitações da visão humana (leitura de escalas);
- rapidez de reflexos do experimentador (ligar ou parar cronómetros).

7

# Precisão e Rigor (Exactidão)

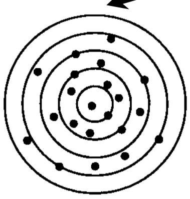
- **Precisão** – traduz quão bem determinado foi o resultado, sem o relacionar com o valor verdadeiro da grandeza. A <u>precisão é boa</u> quando os erros acidentais são pequenos comparados com o valor medido.

$$\delta << x_{best}$$

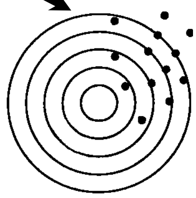
- **Rigor** – mede quão perto o resultado está do valor verdadeiro. O <u>rigor é grande</u> se os erros sistemáticos são pequenos.

8

## Erros Acidentais e Sistemáticos

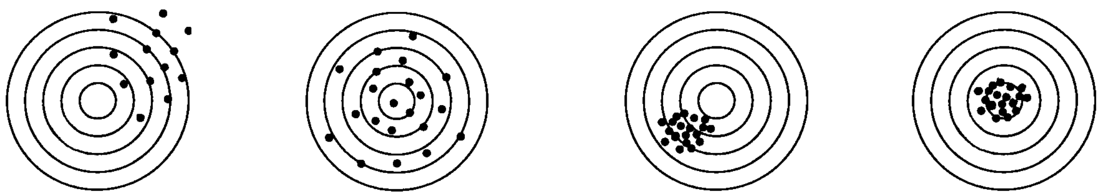


Distribuição aleatória à volta do valor verdadeiro



Distribuição aleatória à volta de um valor que não é o verdadeiro

## Distinção entre Precisão e Rigor (Exactidão)



| Fraca Precisão<br>Mau Rigor | Fraca Precisão<br>Bom Rigor | Boa Precisão<br>Baixo Rigor | Boa Precisão<br>Bom Rigor |
|---|---|---|---|

9

# Única Medição de uma grandeza

- Acontecimentos astronómicos
- Custo, complexidade ou duração da experiência
- Obtenção sempre do mesmo resultado

## Erro como erro de imprecisão

- Tomamos o único valor como $x_{best}$
- Estimamos uma imprecisão, um intervalo de valores dentro do qual pensamos estar $x_0$.

$$\mathbf{x_{best} \pm \Delta x}$$

$x_0 \in [x_{best} - \Delta x, x_{best} - \Delta x]$ - Intervalo de imprecisão

$\Delta x$ – limite superior do erro

Ex: $x_{best} = 36.5$ mm imprecisão $\leq 0.1$ mm

$x_{best} \pm \Delta x = 36.5 \pm 0.1$ mm $= 36.5(1)$ mm

10

# Incerteza na medida traduzida através dos **Algarismos significativos**

A incerteza (erro) associada a uma medida define quantos algarismos devem ser representados.

No caso do medidor de pH representado, o valor deve ser indicado como **pH=7.00**, e não ~~**pH=7**~~

Neste caso, os zeros à direita da vírgula têm significado para o valor da grandeza a medir → são **algarismos significativos**

**pH=7.00 ⟶ 3 algarismos significativos**

**Algarismos significativos são algarismos com significado na medida efectuada**

11

**O número que representa o resultado da medida deve conter os algarismos necessários para a contabilização do erro.**

## *Medida analógica*


Em geral, num aparelho analógico o erro é considerado igual a <u>metade da menor divisão da escala</u>.

$3.00 \pm 0.05$ cm ou 3.00(5) cm

## *Medida digital*

Em geral, num aparelho digital o erro é considerado igual ao valor que corresponde a 1 no dígito menos significativo acessível.

$0.35 \pm 0.01$ g ou 0.35(1) g

12

**Regras para a contagem do nº de ALGARISMOS SIGNIFICATIVOS:**

1ª ) O dígito mais à esquerda que não seja zero é o dígito mais significativo, quer haja ou não vírgula (ponto) decimal.

2ª) Se não houver vírgula (ponto) decimal, o dígito mais à direita que não seja nulo é o dígito menos significativo

3ª) Se houver vírgula (ponto) decimal, o dígito mais à direita é o dígito menos significativo, mesmo que seja um zero

4ª) Todos os dígitos situados entre o menos e o mais significativo (inclusivé) são dígitos significativos

Exemplo: 1234; 123400; 123.4; 1001; 10.10; 0.0001010 (4 dígitos significativos)
3 dígitos significativos: ~~320~~ $3.20 \times 10^2$

13

## Operações com algarismo significativos

**Adições e subtracções**

O resultado terá o mesmo número de casas decimais significativas da parcela que tiver o menor número delas:

**4.573+0.6 = 5.173 = 5.2**

**4.573-0.60 = 3.973 = 3.97**

**Produtos, divisões**

O resultado terá o mesmo número de algarismos significativos do que o número interveniente com menos algarismos significativos:

**4.573 x 0.6 = 2.74 = 3**

**4.573 : 0.60 = 7.62 = 7.6**

**$6.7^3$ = 300.76 = $3.0 \times 10^2$**

14

**Raiz quadrada, exponenciais, logaritmos, funções trigonométricas, etc**

O resultado tem o mesmo nº de algarismos significativos do valor de partida.

**log 2.774 = 0.4431; $e^{3.004}$= 20.17**

**Regras para ARREDONDAMENTOS**

*Se o algarismo final é maior do que 5, o arredondamento é feito por incremento do algarismo seguinte.*

*Se o algarismo final é menor do que 5, o arredondamento é feito deixando igual o algarismo seguinte.*

*Se o algarismo final é exactamente 5, o algarismo seguinte só é incrementado se for um nº ímpar:*

**15.5 é arredondado para 16**
**16.5 é arredondado para 16**

15

**ATENÇÂO !**

**Em cálculos, os valores intermédios devem sempre manter mais um *ou mesmo dois* algarismos do que o número de algarismos significativos para que os arredondamentos não se propaguem nos cálculos.**

**Ex:** **4.50 × 2.6/4.5 = 1.170/4.50 = 2.60 = 2.6**
**e não 4.50 × 2.6/4.5 = 1.2/4.50 = 2.67 = 2.7**

**Em equações, as constantes matemáticas são consideradas exactas e devem ser sempre utilizadas com mais um, ou mesmo dois, algarismos significativos que o número com menor número de algarismos significativos**

**Ex:** **y = 2x** **x = 1.576 => y = 3.152**

**r = 5.0 => $\pi r^2$ = 3.1416 ×$5.0^2$ = 78.54 = 78**

16